

Aufgabenblatt 1 (15.10.2009)

Diese Aufgaben beziehen sich auf die ersten beiden Kapitel des Skripts *Stichworte, Definitionen, Formeln und Aufgaben zur Vorlesung „Datengewinnung“* und dienen zur Wiederholung.

1. Es sei $A := \{1, 2, 3, 4\}$ und $B := \{3, 4, 5\}$.
 - a) Bilden Sie aus A drei unterschiedliche Teilmengen.
 - b) Geben Sie $|A|$ und $|B|$ an.
 - c) Schreiben Sie $A \cup B$ und $A \cap B$ explizit als Mengen.
 - d) Bilden Sie aus $C := A \cup B$ drei unterschiedliche Partitionen.
 - e) Bilden Sie die Potenzmengen von A und B .
 - f) Bilden Sie das kartesische Produkt $A \times B$ und schreiben Sie es explizit als eine Menge.
 - g) Bilden Sie das kartesische Produkt B^3 und schreiben Sie es explizit als eine Menge.
 - h) Bilden Sie zunächst das kartesische Produkt $\{a, b\} \times \{1, 2\}$ und geben Sie dann die Potenzmenge $\mathcal{P}(\{a, b\} \times \{1, 2\})$ an.
 - i) Bilden Sie $A \setminus B$ und $B \setminus A$.
 - j) Was ist $A \setminus A$?
2. Es sei $A := \{a, b, \emptyset\}$, $B := \{c, d\}$.
 - a) Ist $\emptyset \in A$? Ist $\emptyset \subseteq A$? Ist $\emptyset \in B$? Ist $\emptyset \subseteq B$?
 - b) Berechnen Sie $|A|$.
 - c) Berechnen Sie: $A \times \emptyset$ und $\emptyset \times A$.
 - d) Berechnen Sie: $\mathcal{P}(A)$.
 - e) Wieviele Elemente haben die folgenden Mengen: $\mathcal{P}(A)$, $A \cup \emptyset$, $A \cap \emptyset$, $\mathcal{P}(A) \times A$, $\mathcal{P}(A) \times A \times \emptyset$, $\mathcal{P}(A) \cup A$?
 - f) Schreiben Sie $\mathcal{P}(A) \cup A$ explizit als eine Menge.
3. Welche von den folgenden Schreibweisen sind formal korrekt, welche nicht (dabei ist $a \neq \emptyset$)?
 - a) $\{\emptyset\}$.
 - b) $\{a, \emptyset\}$.
 - c) $\{a, \emptyset, \emptyset\}$.
 - d) $\{\emptyset, \emptyset\}$.
 - e) $\{\{a\}, \emptyset, \emptyset\}$.
 - f) $\{\{a, \emptyset\}, \emptyset\}$.
4. Es sei $A := \{m, w\}$, $B := \{d, b, s\}$ und $C := \{a_1, a_2\}$.
 - a) Geben Sie explizit das kartesische Produkt $A \times B \times C$ an.
 - b) Wieviele Elemente enthält $A \times B \times C$?
 - c) Geben Sie eine Partition von $A \times B \times C$ in drei Teilmengen an.
 - d) Zeigen Sie an einem Beispiel, dass $A \times B \times C \neq B \times A \times C$ ist.
 - e) Wieviele Elemente enthält die Menge $A \times B \times C \times \emptyset$?
5. Fassen Sie folgende Ausdrücke zusammen:
 - a) $(A \cap B) \cup (A \cap B)$
 - b) $(A \cup B) \cap (A \cup B)$
 - c) $A \cap (A \cup B)$
6. Es sei $A := \{1, 2, 3, 4\}$ und $B := \{1, \dots, 20\}$, und außerdem sei eine Funktion $f: A \rightarrow B$ durch $f(a) := a^2$ definiert.
 - a) Berechnen Sie $f(2)$ und $f(4)$.
 - b) Berechnen Sie $f(\{2, 4\})$ und $f(A)$.
 - c) Berechnen Sie $f^{-1}(9)$ und $f^{-1}(\{9\})$.
 - d) Berechnen Sie $f^{-1}(\{5\})$ und $f^{-1}(\{4, 5\})$.
 - e) Ist $f^{-1}(f(A)) = A$?
 - f) Ist f injektiv?
 - g) Ist f surjektiv?

7. Die folgende Tabelle enthält in der ersten Zeile symbolische Namen von Personen und in der zweiten Zeile ihr gegenwärtiges Alter:

ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6	ω_7	ω_8
20	30	22	20	24	25	24	20

Betrachten Sie diese Tabelle als Definition einer Funktion mit dem Namen X , die jeder Person ihr gegenwärtiges Alter zuordnet.

- Geben Sie den Definitionsbereich der Funktion an (im folgenden A genannt).
 - Geben Sie den kleinstmöglichen Wertebereich der Funktion an (im folgenden B genannt).
8. Die folgenden Fragen beziehen sich auf die Funktion $X : A \rightarrow B$, die in Aufgabe (2) definiert wurde.
- Ist X injektiv?
 - Ist X surjektiv?
 - Ist $X(A) = B$? Unterscheidet sich diese Frage von Aufgabe (b)?
 - Berechnen Sie für jedes Alter $b \in B$:
 - $X^{-1}(\{b\})$,
 - $|X^{-1}(\{b\})|$,
 - $|X^{-1}(\{b\})|/|A|$,und geben Sie jeweils eine inhaltliche Interpretation an.
 - Ist $\{X^{-1}(\{b\}) \mid b \in B\}$ eine Partition von A ? Begründen Sie Ihre Antwort, indem Sie die Menge explizit ausschreiben.
 - Berechnen Sie $X^{-1}(\{b \mid b \geq 25\})$. Wie lässt sich diese Menge interpretieren?