

Lösungen der Aufgaben für die Klausur (7.2.2008)

Aufgabe 1

- a) Beispiel: Scheidungsrate. Im Zähler steht die Anzahl der Scheidungen während eines Jahres (eine Stromgröße), im Nenner steht die Anzahl der Ehen, die sich in dem Jahr scheiden lassen könnten (eine Bestandsgröße).
- b) Veränderungsraten:

t	n_t	ρ_t
0	90	0.22
1	110	0.27
2	140	

- c) Die durchschnittliche Veränderungsrate ist

$$(140/90)^{1/2} - 1 = 0.247$$

- d)

$$\frac{0.05 \cdot 1000 + 0.1 \cdot 800}{1000 + 800} = 0.072$$

Aufgabe 2

Bei einer Gesamtheit von 20 Personen sind folgende Studiendauern (in vollendeten Semestern) festgestellt worden: 3, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 10, 10, 10, 11, 12, 12, 12. Die Verweildauervariable für die Studiendauer wird T genannt.

- a) Tabelle mit Funktionen:

t	n_t	$P[T]$	$F[T]$	$G[T]$	$r[T]$
3	1	1/20	1/20	20/20	1/20
4	2	2/20	3/20	19/20	2/19
5	4	4/20	7/20	17/20	4/17
7	2	2/20	9/20	13/20	2/13
8	4	4/20	13/20	11/20	4/11
10	3	3/20	16/20	7/20	3/7
11	1	1/20	17/20	4/20	1/4
12	3	3/20	20/20	3/20	1/1

- b) $G[T](8) = 11/20$ besagt, dass 11 von 20 Studierenden eine vollendete Studiendauer von mind. 8 Semestern haben.
- c) $M[T|T \geq 10] = 77/7 = 11$ ist die durchschnittliche Studiendauer derjenigen, die mindestens 10 Semester studiert haben.

Aufgabe 3

Es sei T die Dauer der Arbeitslosigkeit (in vollendeten Monaten). Für alle möglichen Dauern $t = 0, 1, 2, \dots$ sei die Rate $r[T](t) = 0.05$.

- a) $G(5) = 0.95^5 = 0.7738$. D.h. bei etwa 77% der Arbeitslosen beträgt die Dauer der Arbeitslosigkeit 5 oder mehr Monate.
- b) $P(5) = G(5) \cdot r(5)$.
- c) Zu berechnen ist

$$M[T|0 \leq T \leq 5] = \frac{0(1 - 0.95) + 1(0.95 - 0.95^2) + \dots + 5(0.95^5 - 0.95^6)}{(1 - 0.95) + (0.95 - 0.95^2) + \dots + (0.95^5 - 0.95^6)} = \frac{0.6227}{0.2649} = 2.35$$

d.i. die durchschnittliche Arbeitslosigkeitsdauer derjenigen Personen, die nicht länger als 5 Monate arbeitslos sind.

Aufgabe 4

In einer Sterbetafel finden Sie für die Altersjahre 95 bis 100 die folgenden Angaben für die noch lebenden Personen: 900, 800, 600, 400, 200, 100. Niemand wird älter als 100.

- a) Die Sterberate der 97jährigen ist $200/600 = 0.33$.

b) Die fernere Lebenserwartung der 96jährigen ist

$$(96 \cdot 200 + 97 \cdot 200 + 98 \cdot 200 + 99 \cdot 100 + 100 \cdot 100) / 800 - 96 = 97.6 - 96 = 1.6$$

Aufgabe 5

- a) Die Menge der Personen, die 1980 in Deutschland geboren wurden;
die Menge der Personen, die 1990 in Deutschland geheiratet haben;
die Menge der Personen, die 2006 mit einem Studium begonnen haben.
- b) Bei retrospektiv erhobenen Lebensverlaufsdaten; beispielsweise bei der retrospektiven Erhebung von Ehedauern oder von Arbeitslosigkeitsdauern.

Aufgabe 6

Bei einer Gesamtheit von 12 Personen sind folgende Ehedauern (in Jahren) festgestellt worden: 3, 9*, 8, 4*, 5, 6, 3, 8*, 9, 11, 8, 4*. Die mit einem Sternchen versehenen Angaben sind rechts zensiert. Die infolgedessen nur partiell beobachtete Verweildauervariable für die Ehedauer wird T genannt.

a) Tabelle mit Funktionen:

t	e_t	z_t	R_t	$r(t)$	$G(t)$	$P(t)$
3	2		12	2/12	1.0000	0.1667
4		2	10	0	0.8333	0.0000
5	1		8	1/8	0.8333	0.1042
6	1		7	1/7	0.7291	0.1042
8	2	1	6	2/6	0.6249	0.2083
9	1	1	3	1/3	0.4166	0.1389
11	1		1	1	0.2777	0.2777

b) Die durchschnittliche Ehedauer ist ungefähr

$$3 \cdot 0.1667 + \dots + 11 \cdot 0.2777 = 7.6175$$

Aufgabe 7

- a) Diversitätsindex: $1 - 0.27 = 0.73$. Interpretation: Die Wahrscheinlichkeit, dass zwei zufällig ausgewählte Personen einen unterschiedlichen Studiengang haben, beträgt etwa 73 Prozent.

- b) Dissimilaritätsindex: $0.5(|0.2 - 0.1| + |0.3 - 0.5| + |0.5 - 0.4|) = 0.2$.
20 der 100 Männer müssen ihre Berufsgruppe wechseln; zum Beispiel 10 von Gruppe 1 zur Gruppe 2 und 10 von Gruppe 3 zur Gruppe 2.