

# Aufgabensammlung zu Statistik II WS 2005/06

15.11.2005

## 1 Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung 2

- Seien  $A, B, C$  Teilmengen (Ereignisse) einer Menge  $\Omega$ . Drücken Sie die folgenden Ereignisse in der Mengenschreibweise aus:
  - Nur  $A$  ereignet sich.
  - $A$  und  $B$  ereignen sich, nicht aber  $C$ .
  - Alle drei Ereignisse treten ein.
  - Genau eins der drei Ereignisse tritt ein.
  - Höchstens eins der Ereignisse tritt ein.
  - Keines der drei Ereignisse tritt ein.
  - Mindestens zwei der Ereignisse treten ein.
- Eine Urne enthält 7 rote und 5 blaue Kugeln. Die Kugeln werden nacheinander ohne Zurücklegen gezogen. Geben Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse an:
  - Die erste Kugel ist blau.
  - Die letzte Kugel ist blau.
  - Die letzte Kugel ist blau unter der Bedingung, dass die erste Kugel blau ist.
- Betrachten Sie vier Urnen, die mit 1 bis 4 bezeichnet sind und in die vier Kugeln zufällig und unabhängig voneinander verteilt werden. Die Wahrscheinlichkeit einer Kugel, in eine der Urnen zu gelangen, beträgt also  $1/4$ . Geben Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse an:
  - Mindestens eine der Urnen ist leer.
  - Genau eine der Urnen ist leer.
  - Urne 1 ist leer.
- Man wählt nacheinander 6 Ziffern aus  $\{0, 1, \dots, 9\}$  gleich verteilt und unabhängig voneinander, so dass  $P(\{i\}) = 0.1, i = 0, 1, \dots, 9$ . Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:
  - Die 6 Ziffern enthalten keine 6.
  - Die Ziffern bestehen nur aus geraden Zahlen.
  - Die Folge der Ziffern enthält das Muster 2345.
  - Die Folge der Ziffern enthält das Muster 2222.
- Zwei Personen ( $A, B$ ) werfen nacheinander eine Münze, zunächst  $A$ , dann  $B$ , dann wieder  $A$  usw. Wer zuerst Kopf wirft, gewinnt. Beschreiben Sie zunächst einen passenden Ergebnisraum und berechnen Sie dann die Wahrscheinlichkeit, dass  $A$  gewinnt.

gezogen wurde?

- Angenommen, 25% der Männer und 5% Frauen in einer Gruppe sind farbenblind. Es seien ebensoviele Männer wie Frauen in der Gruppe. Was ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig gewählte Person eine Frau ist, unter der Bedingung, dass die gewählte Person farbenblind ist?
- Drei Maschinen produzieren Produkte gleicher Art. 20% der Produkte werden von Maschine  $A$  produziert, 30% von Maschine  $B$ , und 50% der Produkte von Maschine  $C$ . 4% der von Maschine  $A$  produzierten Produkte sind Ausschuss, 3% der von  $B$  produzierten Teile, und 1% der von  $C$  produzierten Teile. Berechnen sie den Anteil der von Maschine  $A$  produzierten Ausschuss-Produkte an allen Ausschuss-Produkten.
- Nach den Sterbetafeln für die Bundesrepublik Deutschland für die Jahre 1993 bis 1995 erreicht ein weibliches Neugeborenes mit Wahrscheinlichkeit 0.98 das 40. Lebensjahr (Ereignis  $A_{40}$ ), und mit Wahrscheinlichkeit 0.92 das 60. Lebensjahr (Ereignis  $A_{60}$ ). Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird eine 40-jährige Frau mindestens 60 Jahre alt?
- Mittels speziellen Interviewmethoden, den sogenannten *randomized response*-Techniken, wird versucht den Befragten auch peinliche 'Wahrheiten' zu entlocken. Die Befragten wählen zufällig eine aus drei Fragen aus und beantworten diese mit *ja* oder *nein*. Der Interviewer weiß nicht, welche Frage jeweils ausgelost wurde, er erhält lediglich die Antwort *ja* oder *nein*. Die Fragen lauten:
  - Essen Sie gerne Spinat?
  - Waren Sie schon einmal in London?
  - Haben Sie un versteuertes Vermögen auf einer Bank im Fürstentum Liechtenstein?Man erhielt in der Umfrage 52% Angaben mit *ja*. Es interessiert allerdings nur die Antwort auf die dritte Frage. In zwei unabhängigen Umfragen wird der Anteil der Spinatliebhaber (63%) und der Londontouristen (85%) ermittelt. Gesucht ist ein Schätzwert für den Anteil der Steuerflüchtlinge.
- In einem Krankenhaus werden die Geburtskrankheiten Gelbsucht und Allgemeine Infektionen mit den Wahrscheinlichkeiten 0.05 und 0.1 angegeben. Beide Krankheiten gleichzeitig treten mit der Wahrscheinlichkeit 0.03 auf. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat ein Kind eine Geburtskrankheit?
- Die Ereignisse  $A$  und  $B$  seien stochastisch unabhängig. Ferner sei  $P(A \cap B) = 0.1$  und  $P(\bar{A} \cap B) = 0.3$ . Gesucht sind  $P(A)$  und  $P(B)$ .
- Computer eines bestimmten Typs weisen bei der Endprüfung zwei Arten von Fehlern auf:  $A =$  lose Kabelverbindungen mit einer Wahrscheinlichkeit  $P(A) = 0.4$  und  $B =$  defekter Prozessor mit einer Wahrscheinlichkeit  $P(B) = 0.15$ . Mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.05 treten beide Fehler auf. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Computer fehlerfrei ist?
- Aus einer Urne mit  $r$  roten und  $b$  blauen Kugeln werden nacheinander 2 Kugeln gezogen. Untersuchen Sie die Ereignisse  $A$ : 'Rot im ersten Zug' und  $B$ : 'Blau im zweiten Zug' auf Unabhängigkeit. Unterscheiden Sie dabei die Fälle 'Ziehen mit Zurücklegen' und 'Ziehen ohne Zurücklegen'.
- Zwei faire Münzen werden geworfen. Wir betrachten folgende Ereignisse:  $A$ : 'Die erste Münze zeigt Wappen',  $B$ : 'Die zweite Münze zeigt Wappen',  $C$ : 'Genau eine Münze zeigt Wappen'. Untersuchen Sie die Unabhängigkeit aller möglichen Ereignisse.