

### Aufgabenblatt 13 (9.6.2011)

1. Es gibt drei Variablen:  $X$  = Höhe des Haushaltseinkommens;  $Y$  = Ausgaben für Miete;  $Z = 1$ , wenn es ein 1-Personenhaushalt ist, andernfalls  $Z = 0$ . Bei 30 Haushalten sind folgende Werte beobachtet worden:

$X$	$Y$	$Z$
1000	400	1
1010	390	1
1100	300	0
1100	290	1
1200	310	0
1250	400	1
1400	280	1
1450	310	1
1500	430	0
1550	440	0
1600	310	1
1800	610	1
1850	800	1
1900	750	0
2000	800	0
2000	810	1
2000	600	0
2010	750	0
2100	900	1
2150	800	0
2200	750	1
2300	900	0
2300	1000	0
2350	950	1
2500	1100	0
2600	1200	0
2650	1250	0
2700	1300	1
2900	1500	0
3000	1550	0

- a) Zeichnen Sie die Daten für die Variablen  $X$  und  $Y$  in ein Streuungsdiagramm ein.  
b) Konstruieren Sie zwei nicht-parametrische Regressionsfunktionen

$$x \longrightarrow M(Y|X \in [x - h/2, x + h/2]) \quad (1)$$

wobei die Intervallbreite  $h$  ersten den Wert 100, dann den Wert 300 hat. Berechnen Sie die Regressionsfunktionen für  $x = 1000(200)3000$  und geben Sie eine graphische Darstellung.

- c) Erläutern Sie, wie bei der nicht-parametrischen Regression der Art (1) das Ausmaß der Glättung von der Intervallbreite  $h$  abhängt. Welchen Wert muss  $h$  mindestens haben, damit das Ergebnis eine lineare Funktion ist?  
d) Konstruieren Sie eine nicht-parametrische Regressionsfunktion

$$x \longrightarrow P(Z = 1|X \in [x - h/2, x + h/2]) \quad (2)$$

wobei die Intervallbreite  $h = 300$  ist. Berechnen Sie die Regressionsfunktion für  $x = 1000(200)3000$  und geben Sie eine graphische Darstellung.

2. Es gibt folgende Daten für die Höhe des Haushaltseinkommens ( $Y$ ) in Abhängigkeit von der Haushaltsgröße ( $Z$ ).  $H$  erfasst die jeweilige Anzahl der Haushalte.

$Z$	$H$	$M(Y Z = z)$
1	449	1500
2	443	2465
3	326	2614
4	272	2810
5	109	2890
6	34	2825
7	26	3408
8	4	3450
9	5	3060
10	3	3833

- a) Zeichnen Sie die Daten in ein Streuungsdiagramm ein.  
b) Für die ungewichtete lineare Regression erhält man die Parameter  $\hat{\alpha} = 1849.8$  und  $\hat{\beta} = 188.3$ . Zeichnen Sie die Regressionsgerade ein.  
c) Für die gewichtete lineare Regression erhält man die Parameter  $\hat{\alpha} = 1538.8$  und  $\hat{\beta} = 304.3$ . Zeichnen Sie die Regressionsgerade ein.  
d) Für die Modellfunktion  $\alpha z^\beta$  erhält man ungewichtet die Parameter  $\hat{\alpha} = 1785.4$  und  $\hat{\beta} = 0.3043$ . Zeichnen Sie die Regressionskurve ein.

- e) Für die Modellfunktion  $\alpha z^\beta$  erhält man gewichtet die Parameter  $\hat{\alpha} = 1722.7$  und  $\hat{\beta} = 0.3565$ . Zeichnen Sie die Regressionskurve ein.
- f) Berechnen Sie mit den vier Modellfunktionen Schätzwerte für  $z = 1$ ,  $z = 3$  und  $z = 10$ .
- g) Interpretieren Sie die unterschiedlichen Ergebnisse.
3. Es gibt drei Variablen:  $X$  (Haushaltsgröße),  $Y$  (Haushaltseinkommen),  $Z$  (Ausgaben für Miete). Eine Berechnung linearer Regressionsfunktionen ergibt:

$$M(Z|Y = y) \approx 234 + 0.079 y \quad (3)$$

und

$$M(Z|Y = y) \approx 234 + 0.0746 y + 7.695 x \quad (4)$$

- a) Zeichnen Sie eine Regressionsgerade entsprechend (3) und zwei Regressionsgeraden (mit  $x = 1$  und  $x = 5$ ) entsprechend (4) in ein Schaubild ein. Y-Achse von 1000 bis 4000 (DM).
- b) Angenommen, es gibt 5 Haushalte mit einem Einkommen von 2000 DM, davon zwei 1-Personen-Haushalte, zwei 2-Personen-Haushalte und ein 3-Personen-Haushalt. Berechnen Sie die durchschnittliche Miethöhe der 5 Haushalte, einmal mit (3) und einmal mit (4).