Episoden mit mehreren Folgezuständen

Sebastian Jeworutzki

21.05.2009

Rev: 185

Gliederung

Einleitung

Bisherige Betrachtungsweise

- Arbeitslosigkeitsepisoden
- Eheepisoden
- Sozialhilfebezugsepisoden ...

$\Rightarrow$ In der bisherigen Betrachtung wurde immer nur ein möglicher Folgezustand unterstellt.

$\Rightarrow$ Betrachtung von Episoden mit mehreren Folgezuständen

Einleitung

Bisherige Betrachtungsweise

- Arbeitslosigkeitsepisoden
- Eheepisoden
- Sozialhilfebezugsepisoden ...

$\Rightarrow$ In der bisherigen Betrachtung wurde immer nur ein möglicher Folgezustand unterstellt.

$\Rightarrow$ Betrachtung von Episoden mit mehreren Folgezuständen

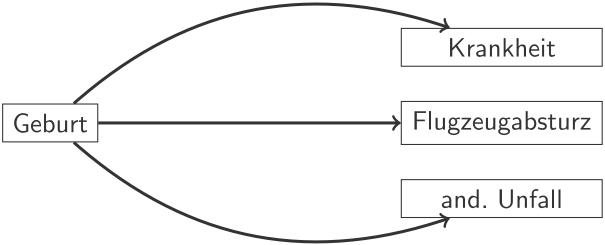
Einleitung

Konkurrierende Risiken

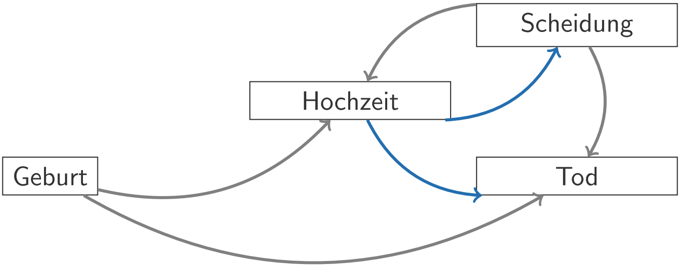
- Entstanden in der Demographie
- Sterbetafeln bei denen zwei oder mehr Arten von Todesfällen unterschieden wurden

$\Rightarrow$ „multiple-decrement (live) tables“ oder „Multi-Exit-Tafeln“

Biographieschemata



Biographieschemata



Hinweise zur Notation

$T : \Omega \to \{0, 1, 2, 3, \dots\}$	Verweildauervariable
$n := \lvert\Omega\rvert$	Anzahl aller Personen im Ausgangszustand
$n_t := \lvert\{\omega \in \Omega \mid T(\omega) \geq t\}\rvert$	Anzahl der Personen, die sich in der Zeitstelle t noch im Ausgangszustand befinden
$w_t := \lvert\{\omega \in \Omega \mid T(\omega) = t\}\rvert$	Anzahl der Personen, die während der Zeitstelle t den Ausgangszustand verlassen

Einleitung

Konkurrierende Risiken

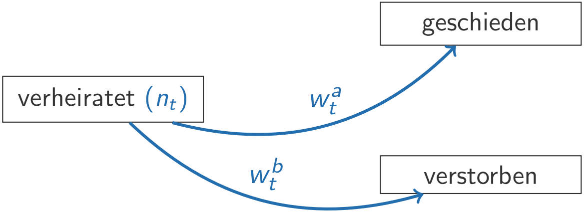
- Ausgangspunkt für die weiteren Überlegungen sind zustandsspezifische Übergangsraten

Einleitung

Rate für das Verlassen des Ausgangszustandes

$$r(t) = \frac{w_t}{n_t} = \frac{p(t)}{G(t)} = 1 - \frac{G(t+1)}{G(t)}$$

Mehrere Folgezustände



Zustandsspezifische Raten

$$r^a(t) := \frac{w_t^a}{n_t} = \frac{p^a(t)}{G(t)} \text{ bzw. } r^b(t) := \frac{w_t^b}{n_t} = \frac{p^b(t)}{G(t)}$$

$p^a(t) := \frac{w^a}{n}$ und $p^b(t) := \frac{w^b}{n}$ sowie $w_t = w_t^a + w_t^b$

Zustandsspezifische Raten

Additivität zustandsspezifischer Raten

- Die Rate für das Verlassen des Ausgangszustand entspricht der Summe der zustandsspezifischen Raten

$$r(t) = r^a(t) + r^b(t)$$

weil $r(t) = \frac{w_t}{n_t} = \frac{w_t^a + w_t^b}{n_t} = \frac{w_t^a}{n_t} + \frac{w_t^b}{n_t}$

Zustandsspezifische Verweildauern

Pseudo-Survivorfunktionen

- Definition der Pseudo-Survivorfunktion durch zustandsspezifische Raten

$$\tilde{G}^a(t) := \prod_{k=0}^{t-1} (1 - r^a(k))$$

⇒ Dies ist vergleichbar mit dem Kaplan-Meier-Verfahren: Andere Folgezustände werden als zensiert betrachtet.

Pseudo-Survivorfunktion

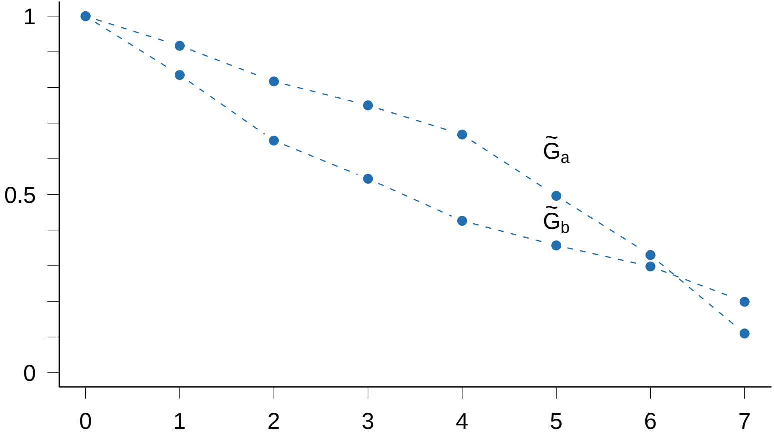
t	w_t^a	w_t^b
0	200	100
1	200	100
2	100	50
3	100	50
4	50	80
5	30	60
6	30	60
7	0	0
	710	500

Tab. Beipielrechnung: Pseudo-Survivorfunktion

Pseudo-Survivorfunktion

t	w_t^a	w_t^b	n_t	$r^a(t)$	$\tilde{G}^a(t)$
0	200	100	1210	0,165	1,000
1	200	100	910	0,220	0,835
2	100	50	610	0,164	0,651
3	100	50	460	0,217	0,544
4	50	80	310	0,161	0,426
5	30	60	180	0,167	0,357
6	30	60	90	0,333	0,298
7	0	0	0	0,000	0,199
	710	500			

Tab. Beipielrechnung: Pseudo-Survivorfunktion


1
0.5
0
0
1
2
3
4
5
6
7
$\tilde{G}_a$
$\tilde{G}_b$

Zustandsspezifische Verweildauern

Problem: Die Funktion liefert nicht die Verteilung der Verweildauern bis zum Erreichen des Folgezustands a, da die Risikomenge n_t auch Personen umfasst, die in den Zustand b wechseln

Gesucht ist aber eine Survivorfunktion für die Gesamtheit Ω^a, also für alle Personen, die in den Zustand a wechseln.

Anzahl der Mitglieder von Ω^a

$n^a := \sum_{t=0}^{\infty} w_t^a$

Verweildauer bis zum erreichen des Folgezustandes a

$T^a : \Omega^a \rightarrow \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$

Zustandsspezifische Survivorfunktion

Zustandsspezifische Survivorfunktion

$$
\begin{aligned}
G^a(t) :=& \sum_{k=t}^{\infty} \frac{w_k^a}{n^a} \\
=& 1 - \sum_{k=0}^{t-1} \frac{w_k^a}{n^a} \\
=& \prod_{k=0}^{t-1} \left(1 - \frac{\frac{w_k^a}{n^a}}{G^a(k)} \right)
\end{aligned}
$$

Problem: Zur Berechnung von $G^a(t)$ muss n_a bis zum Ende der Prozesszeit bekannt sein.

In der praktischen Anwendung ist der Anteil der Personen, die bis zum Ende der Prozesszeit in den Zustand a gewechselt sind, oft unbekannt (n_a/n) (bspw. teilw. rechts zensierte Daten)

Interpretation: $G^a(t)$ gibt den Anteil der Personen aus Ω^a an, die bis zur Zeitstelle a nicht in den Folgezustand a gewechselt haben.

Zustandsspezifische Survivorfunktion

Zustandsspezifische Survivorfunktion

$$G^a(t) := \sum_{k=t}^{\infty} \frac{w_k^a}{n^a}$$
$$= 1 - \sum_{k=0}^{t-1} \frac{w_k^a}{n^a}$$
$$= \prod_{k=0}^{t-1} \left(1 - \frac{\frac{w_k^a}{n^a}}{G^a(k)}\right)$$

Problem: Zur Berechnung von $G^a(t)$ muss n_a bis zum Ende der Prozesszeit bekannt sein.

In der praktischen Anwendung ist der Anteil der Personen, die bis zum Ende der Prozesszeit in den Zustand a gewechselt sind, oft unbekannt (n_a/n) (bspw. teilw. rechts zensierte Daten)

Interpretation: $G^a(t)$ gibt den Anteil der Personen aus Ω^a an, die bis zur Zeitstelle a nicht in den Folgezustand a gewechselt haben.

Zustandsspezifische & Pseudo-Survivorfunktion

Zustandsspezifische Survivorfunktion

$$\tilde{G}^a(t) := \prod_{k=0}^{t-1}(1 - r^a(k)) \neq G^a(t) := \prod_{k=0}^{t-1}\left(1 - \frac{\frac{w_k^a}{n^a}}{G^a(k)}\right)$$

Aufgrund dieser Beschränkungen wird oftmals die Pseudo-Survivorfunktion $\tilde{G}^a$ berechnet.

Zustandsspezifische Survivorfunktion

t	w_t^a	w_t^b
0	200	100
1	200	100
2	100	50
3	100	50
4	50	80
5	30	60
6	30	60
7	0	0
	710	500

Tab. Beipielrechnung: Zustandsspezifische Survivorfunktionen

Zustandsspezifische Survivorfunktion

t	w_t^a	w_t^b	$G^a(t)$	$G^b(t)$
0	200	100	1,000	1,000
1	200	100	0,718	0,800
2	100	50	0,437	0,600
3	100	50	0,296	0,500
4	50	80	0,155	0,400
5	30	60	0,085	0,240
6	30	60	0,042	0,120
7	0	0	0,000	0,000
	710	500		

Tab. Beipielrechnung: Zustandsspezifische Survivorfunktionen

Wiederholung

zustandsspezifische Survivorfunktion $G^a(t)$ gibt den Anteil der Personen an, die bis zur Zeitstelle t noch nicht in den Endzustand *a* gewechselt sind, bezogen auf die Gesamtzahl der Personen die in den Zustand *a* wechseln

Pseudo-Survivorfunktion $1 - \tilde{G}^a(t)$ gibt näherungsweise den Anteil der Personen an, die bis zum Zeitstelle t in den Zustand *a* gewechselt sind.

Zustandsspezifische Survivorfunktionen

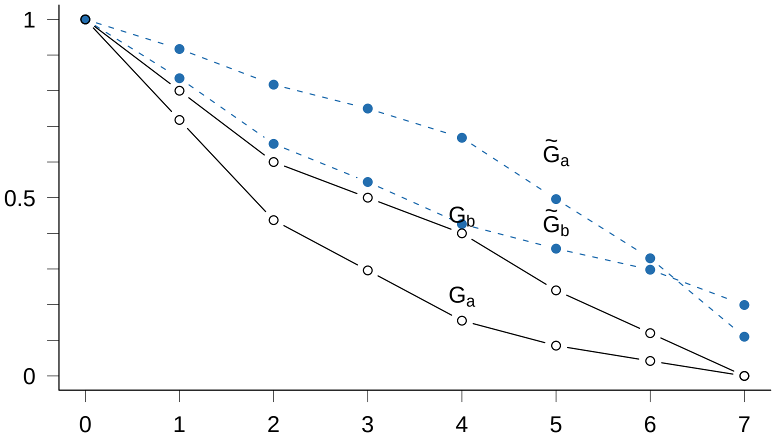


Abb. 14-1 Survivorfunktionen G^a und G^b für die Beispieldaten.

Anteilsfunktion

Eine alternative Möglichkeit Wechsel in verschiedene Folgezustände zu betrachten, ist die Berechnung von Anteilsfunktionen.

Anteilsfunktion

$$H^a(t) := \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{t-1} w_k^a = \sum_{k=0}^{t-1} p^a(k) = \sum_{k=0}^{t-1} r^a(k)G(k)$$

Interpretation: $H^a(t)$ gibt den Anteil der Personen an der Ausgangsgesamtheit an, die bis zur Zeitstelle t in den Folgezustand a gewechselt haben.

Anteilsfunktion

t	w_t^a	w_t^b
0	200	100
1	200	100
2	100	50
3	100	50
4	50	80
5	30	60
6	30	60
7	0	0
	710	500

Tab. Anteilsfunktion

Anteilsfunktion

t	w_t^a	w_t^b	$H^a(t)$	$H^b(t)$
0	200	100	0,000	0,000
1	200	100	0,165	0,083
2	100	50	0,331	0,165
3	100	50	0,413	0,207
4	50	80	0,496	0,248
5	30	60	0,537	0,314
6	30	60	0,562	0,364
7	0	0	0,587	0,413
	710	500		

Tab. Anteilsfunktion

Anteilsfunktion

t	w_t^a	w_t^b	$H^a(t)$	$H^b(t)$	$H(t) = H^a(t) + H^b(t)$
0	200	100	0,000	0,000	0,000
1	200	100	0,165	0,083	0,248
2	100	50	0,331	0,165	0,496
3	100	50	0,413	0,207	0,620
4	50	80	0,496	0,248	0,744
5	30	60	0,537	0,314	0,851
6	30	60	0,562	0,364	0,926
7	0	0	0,587	0,413	1,000
	710	500			

Tab. Anteilsfunktion & Additivität der Anteilsfunktion

Anteils- & Pseudo-Survivorfunktion

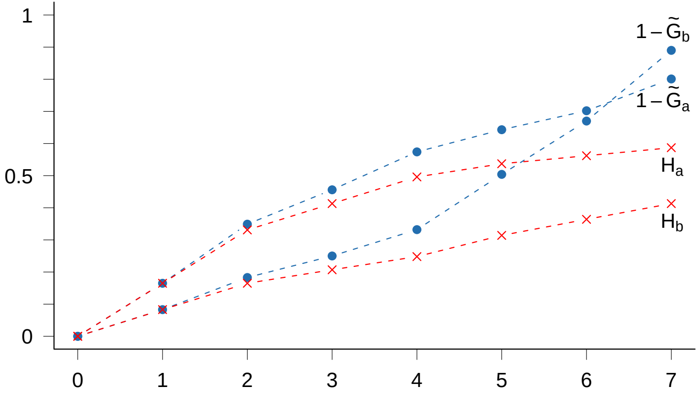


Abb. 14-1 Anteilsfunktion $H^{a,b}$ und Pseudo-Survivorfunktion $1-\tilde{G}^{a,b}$ für die Beispieldaten.

Anteils- & Pseudo-Survivorfunktion

Vergleich mit der Pseudo-Survivorfunktion

$$H^a(t) = 1 - \prod_{k=0}^{t-1} \left(1 - \frac{w_k^a}{\bar{n}_k^a}\right)$$

$$1 - \tilde{G}^a(t) = 1 - \prod_{k=0}^{t-1} \left(1 - \frac{w_k^a}{n_k}\right)$$

$$H^a(t) \leq 1 - \tilde{G}^a(t)$$

Problem: Abhängig von w_b/n überschätzt $1 - \tilde{G}^a(t)$ den Anteil von Personen, die in den Zustand a wechseln beliebig.

Anteils- & Pseudo-Survivorfunktion

t	w_t^a	w_t^b	n_t	$\bar{n}_t^a$	$w_t^a/\bar{n}_t^a$	$1-\frac{w_t^a}{\bar{n}_t^a}$	$H^a(t)$
0	200	100	1210	1210	0,165	0,835	0,000
1	200	100	910	1010	0,198	0,802	0,165
2	100	50	610	810	0,123	0,877	0,331
3	100	50	460	710	0,141	0,859	0,413
4	50	80	310	610	0,082	0,918	0,496
5	30	60	180	560	0,054	0,946	0,537
6	30	60	90	530	0,057	0,943	0,562
7	0	0	0	500			0,587
	710	500					
	1210						

Anteilsfunktion & zustandsspezifische Survivorfunktion

Anteilsfunktion & zustandsspezifische Survivorfunktion

$$G^a(t) = 1 - \sum_{k=0}^{t-1} \frac{w_k^a}{n^a} = 1 - \sum_{k=0}^{t-1} \frac{w_k^a}{n} \frac{n}{n^a} = 1 - \frac{n}{n^a} H^a(t)$$

Zensierte Daten

Ausgangsüberlegung: Wenn die zustandsspezifischen Raten $r^j(t)$ und die Survivorfunktion $G(t)$ geschätzt werden können, kann daraus auch die Anteilsfunktion geschätzt werden.

Schätzung der Anteilsfunktion

$$H^a(t) = \sum_{k=0}^{t-1} p^a(k) = \sum_{k=0}^{t-1} r^a(k)G(k)$$

Zensierte Daten

t	w_t^a	w_t^b	w_t^z	n_t	$r^a(t)$	$r^b(t)$	$r(t)$
0	80	50	20	500	0,160	0,100	0,260
1	80	50	20	350	0,229	0,143	0,371
2	50	25	15	200	0,250	0,125	0,375
3	40	25	10	110	0,364	0,227	0,591
4	25	5	5	35	0,714	0,143	0,857
	275	155	70				
		500					

Tab. Beipielrechnung: Anteilsfunktion mit zensierten Daten

Zensierte Daten

t	$G(t)$	p^a	p^b	$H^a(t)$	$H^b(t)$
0	1,000	0,160	0,100	0,000	0,000
1	0,740	0,169	0,106	0,160	0,100
2	0,465	0,116	0,058	0,329	0,206
3	0,291	0,106	0,066	0,445	0,264
4	0,119	0,085	0,017	0,551	0,330
	0,017	0,000	0,000	0,636	0,347

Tab. Beipielrechnung: Anteilsfunktion mit zensierten Daten

Durchschnittliche Verweildauern

Durchschnittliche Verweildauern

$$M(T) = \sum_{t=0}^{\infty} t\,(G(t) - (G(t+1)) = \sum_{t=0}^{\infty} tp(t)$$

Durchschnittliche Verweildauer bis zur maximalen Verweildauer t_0

$$M(T|T < t_0) = \sum_{t=0}^{t_0-1} t\,\frac{G(t) - (G(t+1)}{1 - G(t_0)} = \sum_{t=0}^{t_0-1} t\,\frac{p(t)}{\sum_{t=0}^{t_0-1} p(t)}$$

Durchschnittliche Verweildauern

Durchschnittliche Verweildauern

$$M(T) = \sum_{t=0}^{\infty} t\,(G(t) - (G(t+1)) = \sum_{t=0}^{\infty} tp(t)$$

Durchschnittliche Verweildauer bis zur maximalen Verweildauer t_0

$$M(T|T < t_0) = \sum_{t=0}^{t_0-1} t\,\frac{G(t) - (G(t+1)}{1 - G(t_0)} = \sum_{t=0}^{t_0-1} t\,\frac{p(t)}{\sum_{t=0}^{t_0-1} p(t)}$$

Zustandsspezifische durchschnittliche Verweildauern

Um durchschnittliche Verweildauern bis zum Wechsel in eine spezifischen Zustand zu berechnen, benötigt man die zustandsspezifische Survivorfunktion G^j.

Berechnung durchschnittlicher zustandsspezifischer Verweildauern

$$M(T^a | T^a < t_0) = \sum_{t=0}^{t_0-1} t \frac{G^a(t) - (G^a(t+1)}{1 - G^a(t_0)}$$

Durchschnittliche Verweildauern

$$p^a(t) = G^a(t) - G^a(t+1)$$

t	$G^a(t)$
0	1,000
1	0,718
2	0,437
3	0,296
4	0,155
5	0,085
6	0,042
7	0,000

Durchschnittliche Verweildauern

$$p^a(t) = G^a(t) - G^a(t+1)$$

t	$G^a(t)$	$p^a(t)$
0	1,000	0,282
1	0,718	0,282
2	0,437	0,141
3	0,296	0,141
4	0,155	0,070
5	0,085	0,042
6	0,042	0,042
7	0,000	0,000

$$M(T^a | T^a < t_0) = \sum_{t=0}^{t_0 - 1} t \frac{G^a(t) - (G^a(t+1)}{1 - G^a(t_0)}$$

Durchschnittliche Verweildauern

t	$G^a(t)$	$p^a(t)$
0	1,000	0,282
1	0,718	0,282
2	0,437	0,141
3	0,296	0,141
4	0,155	0,070
5	0,085	0,042
6	0,042	0,042
7	0,000	0,000

$$p^a(t) = G^a(t) - G^a(t+1)$$

$$M(T^a | T^a < t_0) = \sum_{t=0}^{t_0-1} t \frac{G^a(t) - (G^a(t+1)}{1 - G^a(t_0)}$$

$$M[T^a | T^a < 4]$$

$$= \frac{0 \cdot 0,282 + 1 \cdot 0,282 + 2 \cdot 0,141 + 3 \cdot 0,141}{1 - 0,155}$$

$$= 1,167$$

Zustandsspezifische durchschnittliche Verweildauern

Ist die zustandsspezifische Survivorfunktion nicht bekannt, kann oftmals die durchschnittliche Beuzugsdauer bis zur Verweildauer t_o aus der Anteilsfunktion berechnet werden.

Berechnung durchschnittlicher zustandsspezifischer Verweildauer aus der Anteilsfunktion

$$M(T^a|T^a < t_0) = \sum_{t=0}^{t_0-1} t \, \frac{H^a(t+1) - H^a(t)}{H^a(t_0)}$$

$$= \frac{\sum_{t=0}^{t_0-1} t \, w_t^a}{\sum_{t=0}^{t_0-1} w_t^a}$$

Zustandsspezifische durchschnittliche Verweildauern

t	$H^a(t)$
0	0,000
1	0,160
2	0,329
3	0,445
4	0,551
5	0,636

Zustandsspezifische durchschnittliche Verweildauern

t	$H^a(t)$	$p^a(t)$	$tp^a(t)$
0	0,000	0,160	0,000
1	0,160	0,169	0,169
2	0,329	0,116	0,233
3	0,445	0,106	0,317
4	0,551	0,085	0,340
5	0,636		$\sum$ 1,059

$$p^a(t) = H^a(t+1) - H^a(t)$$

$$M(T^a|T^a < 5) = 1,059/0,636 = 1,664$$

Retrospektivdaten

Mögliche Beobachtungen einer Retrospektivbefragung zu Ehedauern:

a) Ehen, bei denen bis zum Interviewzeitpunkt eine Scheidung stattgefunden hat

b) Ehen, bei denen bis zum Interviewzeitpunkt einer der Ehepartner gestorben ist

c) Ehen, die zum Interviewzeitpunkt noch bestehen (rechts zensierte Beobachtungen)

⇒ Mit dem Kaplan-Meier Verfahren können Anteilsfunktionen berechnet werden

⇒ Bei der Interpretation muss beachtet werden, dass die Daten nur Informationen über Ehen liefern, bei denen mindestens ein Partner bis zur Befragung überlebt hat.

Retrospektivdaten

Mögliche Beobachtungen einer Retrospektivbefragung zu Ehedauern:

a) Ehen, bei denen bis zum Interviewzeitpunkt eine Scheidung stattgefunden hat
b) Ehen, bei denen bis zum Interviewzeitpunkt einer der Ehepartner gestorben ist
c) Ehen, die zum Interviewzeitpunkt noch bestehen (rechts zensierte Beobachtungen)

$\Rightarrow$ Mit dem Kaplan-Meier Verfahren können Anteilsfunktionen berechnet werden

$\Rightarrow$ Bei der Interpretation muss beachtet werden, dass die Daten nur Informationen über Ehen liefern, bei denen mindestens ein Partner bis zur Befragung überlebt hat.

Retrospektivdaten

Mögliche Beobachtungen einer Retrospektivbefragung zu Ehedauern:

a) Ehen, bei denen bis zum Interviewzeitpunkt eine Scheidung stattgefunden hat

b) Ehen, bei denen bis zum Interviewzeitpunkt einer der Ehepartner gestorben ist

c) Ehen, die zum Interviewzeitpunkt noch bestehen (rechts zensierte Beobachtungen)

$\Rightarrow$ Mit dem Kaplan-Meier Verfahren können Anteilsfunktionen berechnet werden

$\Rightarrow$ Bei der Interpretation muss beachtet werden, dass die Daten nur Informationen über Ehen liefern, bei denen mindestens ein Partner bis zur Befragung überlebt hat.

Periodendaten

Periodendaten

- In der amtlichen Statistik sind meist nur Periodendaten, die sich auf Kalenderjahre beziehen, ausgewiesen
- Über Veränderungsraten könne Verweildauervariablen konstruiert werden

Periodendaten für einzelne Kalenderdaten

$n_{j,t}$:= Anzahl der Ehen, die im Kalenderjahr j eine Dauer von t Jahren hatten.

$w^a_{j,t}$:= Anzahl der Ehen, die im Kalenderjahr j eine Dauer von t Jahren hatten und in diesem Kalenderjahr geschieden wurden

Ehedauerspezifische Scheidungsraten

$$q^a_j(t) := w^a_{j,t}/n_{j,t}$$

Anteil derjenigen Ehen, die zur Zeitstelle t geschieden wurden, bezogen auf alle Ehen die mindestens bis zur Zeitstelle t bestehen.

Pseudo-Survivorfunktion

$$\breve{G}_j^a(t) := \prod_{k=0}^{t-1} (1 - q_j^a(t)) \text{ in der Periodenbetrachtung}$$

$$\tilde{G}_j^a(t) := \prod_{k=0}^{t-1} (1 - q_{j+k}^a(t)) \text{ in der Quasi-Kohortenbetrachtung}$$

Ehedauerspezifischen Scheidungsziffern

Ehedauerspezifischen Scheidungsziffern

$$p_j^a(t) := w_{j,t}^a / n_{j-t,0}$$

Anteil der Scheidungen, die im Jahr j bei Ehen mit einer bisherigen Dauer von t Jahren aufgetreten sind, bezogen auf die Anzahl der Eheschließungen im Jahr $j - t$ bezogen

Anteilsfunktion

$$\breve{H}_j^a(t) := \sum_{k=0}^{t-1} p_j^a(k) \text{ in der Periodenbetrachtung}$$

$$H_j^a(t) := \sum_{k=0}^{t-1} p_{j+k}^a(k) \text{ in der Quasi-Kohortenbetrachtung}$$

Kumulierte ehedauerspezifische Scheidungsziffern aus Periodendaten

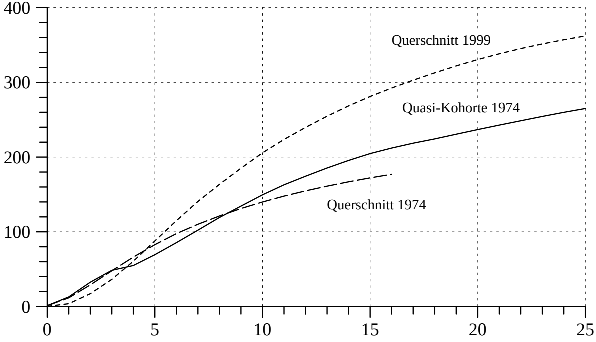


Abb. 14-3 Kumulierte ehedauerspezifische Scheidungsziffern (multipliziert mit 1000).

Pseudo-Survivorfunktionen und Anteilsfunktion

- Deutliche Unterschiede zwischen Pseudo-Survivorfunktion und Anteilsfunktion bei mehren Folgezuständen
- Die größe der Differenz hängt ab von:
  - Häufigkeiten der unterschiedlichen Folgezustände
  - und deren Verteilung bezogen auf die Prozesszeitachse

$\Rightarrow$ Betrachtung anhand von Scheidungen und Todesfällen

Scheidungen und Todesfälle

Konstruierte Daten:

- Eheschließungen 1999 gegliedert nach Alter der Ehepartner bei der Heirat
- Es liegen Angaben zu $n := \sum_{\tau=18}^{64} \sum_{\tau'=18}^{54} n_{\tau,\tau'} = 414\,030$ Ehen vor (τ ist das Alter des Mannes, τ' das Alter der Frau bei der Heirat)
- n_t ist die Anzahl der Ehen, die bei einer Ehedauer von t Jahren noch bestehen ($n_0 = n$)
- Die Ehen können durch Scheidung oder durch den Tod eines Partners enden.

Konstruktion der Daten

Scheidungen

Für die Ehedauern bis 25 Jahren werden die Scheidungsziffern $p(t)$ für das Jahr 1999 verwendet.
Für Ehedauern größer 25 wird eine konstante Scheidungsrate ($q(25)$) verwendet.

Tod eines Ehepartners

Alters- und geschlechtsspezifische Sterbraten für das Jahr 1999

Konstruktion der Daten

Altersspezifische Sterberaten

$$\delta_\tau^f := \frac{d_{1999,\tau}^f}{\bar{n}_{1999,\tau}}$$

$$\delta_\tau^m := \frac{\text{Anzahl der 1999 gestorbenen Männer im Alter } \tau}{\text{jahresdurchschnittliche Anzahl von Männern im Alter } \tau}$$

Für δ_{95} wird eine Rate von 1 angenommen

Konstruktion der Daten

Anzahl der durch Tod eines Partners beendeten Ehen

$$w^b_{\tau,\tau',t} := n_{\tau,\tau',t}(\delta^m_{\tau+t} + \delta^f_{\tau'+t} - \delta^m_{\tau+t}\delta^f_{\tau'+t})$$

insgesamt also

$$w^b_t := \sum_{\tau=18}^{64} \sum_{\tau=18}^{54} w^b_{\tau,\tau',t}$$

Konstruktion der Daten

Anzahl der durch Scheidung beendeten Ehen

für $t \leq 25$

$$w^a_{\tau,\tau',t} := n_{\tau,\tau',0}\, p^a_{1999}(t)$$

für $t > 25$

$$w^a_{\tau,\tau',t} := n_{\tau,\tau',t} \frac{w^a_{\tau,\tau',25}}{n_{\tau,\tau',25}}$$

Konstruktion der Daten

Anzahl der Ehen zur Zeitstelle t

$$n_{\tau,\tau',t+1} = n_{\tau,\tau',t} - w^{a}_{\tau,\tau',t} - w^{b}_{\tau,\tau',t}$$

Aggregation über τ und τ'

Scheidungen und Todesfälle

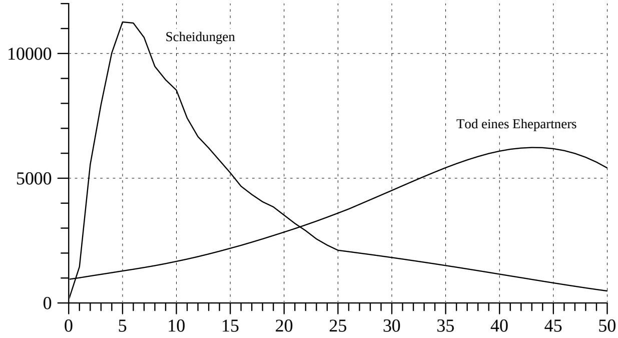


Abb. 14-4 Absolute Häufigkeiten von Ehen, die durch eine Scheidung oder durch den Tod eines Ehepartners beendet wurden, entsprechend den Daten in Tabelle 14-4.

Scheidungen und Todesfälle

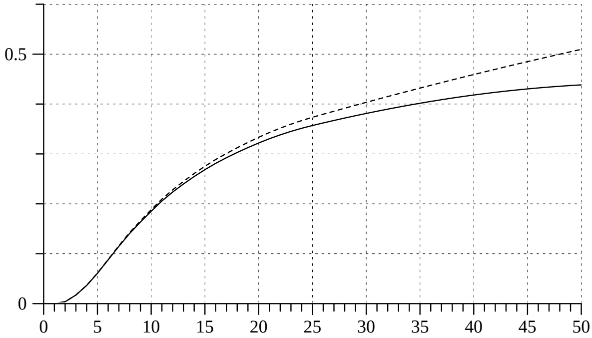


Abb. 14-5 Anteilsfunktion H^a (durchgezogene Linie) und Pseudo-Survivorfunktion 1 - $\tilde{G}^a$ (gestrichelte Linie) für die Daten in Tabelle 14-4.

Scheidungen und Todesfälle

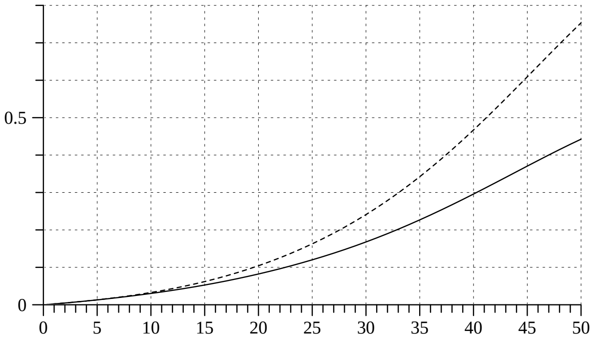


Abb. 14-6 Anteilsfunktion H^b (durchgezogene Linie) und Pseudo-Survivorfunktion 1 - $\tilde{G}^b$ (gestrichelte Linie) für die Daten in Tabelle 14-4.

Scheidungen und Todesfälle

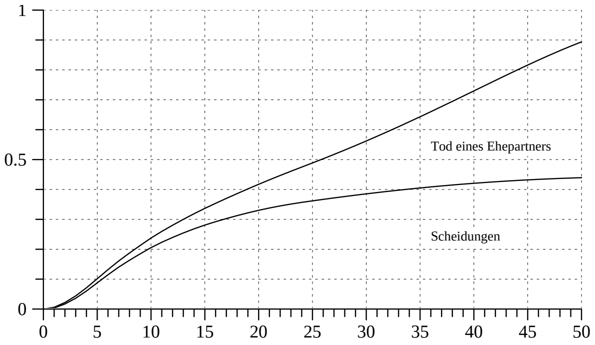


Abb. 14-7 Anteilsfunktionen H^a (untere Linie) und $H^a + H^b$ (obere Linie) für die Daten in Tabelle 14-4.