

Funktionen

1. Definition

$f : A \rightarrow B$ heißt Funktion $:\Leftrightarrow$ a) $f \subseteq A \times B$
b) $\forall a \in A :$
 \exists genau ein $b \in B$ mit $(a, b) \in f$

2. Gleichheit von Funktionen

Seien $f : A \rightarrow B$ und $g : C \rightarrow D$ Funktionen.

$f = g :\Leftrightarrow$ a) $A = C$
b) $B = D$
c) $\forall a \in A : f(a) = g(a)$

3. Mengenfunktion

$f : \mathcal{P}(A) \rightarrow \mathcal{P}(B)$

$C \subseteq A : f(C) = \{b \in B \mid \exists c \in C : f(c) = b\}$
 $= \{f(c) \mid c \in C\}$

4. Umkehrfunktion

$f^{-1} : \mathcal{P}(B) \rightarrow \mathcal{P}(A)$

$D \subseteq B : f^{-1}(D) = \{a \in A \mid f(a) \in D\}$

Für Umkehrfunktionen gilt:

$f^{-1}(A \cup B) = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)$
 $f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$

5. Verkettung

Seien $f : A \rightarrow B$ und $g : B \rightarrow C$ zwei Funktionen.

Dann ist $g \circ f$ eine verkettete Funktion:

$g \circ f : A \rightarrow C$
 $g \circ f(a) = g(f(a))$

6. Umkehrfunktion einer verketteten Funktion

$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$

7. Mehrdimensionale statistische Variable

Seien $f : A \rightarrow B$ und $g : A \rightarrow C$ zwei Funktionen mit gleichem Definitionsbereich.

$(f, g) : A \rightarrow B \times C$
 $(f, g)(a) = (f(a), g(a))$

8. Indikatorfunktion

Sei $A \subseteq \Omega$. Dann ist $I[A] : \Omega \rightarrow \{0, 1\}$ mit

$I[A](\omega) = \begin{cases} 1, & \text{falls } \omega \in A \\ 0, & \text{falls } \omega \notin A \end{cases}$

eine Indikatorfunktion der Menge A .